CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală, 19.02.2017
Filiera tehnologică: profil tehnic
BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

Clasa a IX-a

1. O tribună a unui stadion se compune din 20 de rânduri și fiecare rând următor are cu 16 locuri mai mult decât rândul precedent. În ultimul rând sunt 404 locuri. Câți spectatori încap în tribună?

<u>Soluţie</u>

Avem 20 de termeni ai unei progresii aritmetice cu r=16..2p

a_{20}=404 și din formula termenului general $a_1+19\cdot 16=404$ .Obținem $a_1=100$.........................3p

atunci suma primilor 20 de termeni este

$$S_{20}=\frac{(100+404)\cdot 20}{2}=5040$$

În tribună încap 5040 spectatori..2p

2.

a) Demonstraţi că $1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3=\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$, oricare ar fi $n\in\mathbf{N}^*$.

b) Calculaţi $5^3+6^3+7^3+\ldots+20^3$

<u>Soluţie</u>

a) Pasul de verificare 1 punct.

Demonstrarea $P(k)\to P(k+1)$ 3 puncte.

b) Calcularea sumei $S=1^3+2^3+3^3+\ldots+20^3=44100$ 1 punct

Calcularea sumei $1^3+2^3+3^3+4^3=100$ 1 punct.

Deci $5^3+6^3+7^3+\ldots+20^3=44100-100=44000$ 1 punct.

3. Stabiliţi numărul de elemente ale mulţimii

$$A = \left\{x \in Z \middle| \left[\frac{x + 2010}{2017}\right] = 2\right\}$$

unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului a.

<u>Soluţie</u>

$\left[\frac{x+2010}{2017}\right] = 2 \Longrightarrow 2 \leq \frac{x+2010}{2017} < 3$ (2 puncte)

$4034 \leq x + 2010 < 6051 \quad \Leftrightarrow$ (2 puncte)

$x \in Z \Longrightarrow A = \{2024, 2025, \dots, 4040\}$ (2 puncte)

Deci $cardA = 2017$ (1 punct)

4. Se considera paralelogramul ABCD si punctele E si F astfel incat: $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EB}$ si $\overrightarrow{DF}$=2$\overrightarrow{FE}$. Sa se demonstreze ca punctele A , F, C sunt coliniare.

<u>Soluţie</u> $\frac{DF}{FE} = 2$ (1p)

$\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ (3p) $= \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ (1p)

$\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AC}$ coliniari $\Longrightarrow$ A, F, C coliniare (1p).